

⑤1

Int. Cl. 2:

H 04 N 1-44

①9 BUNDESREPUBLIK DEUTSCHLAND



DT 09 78 006 C1

①1

# Patentschrift 09 78 006

②1

Aktenzeichen: P 978 006.7-31

②2

Anmeldetag: 18. 7. 60

④3

Offenlegungstag: —

④4

Bekanntmachungstag: —

④5

Ausgabetag: 27. 3. 75

③0

Unionspriorität:

③2 ③3 ③1 —

⑤4

Bezeichnung: Verfahren zum Ver- und Entschlüsseln von Halbtonbildern bei der Bildtelegraphie

⑦3

Patentiert für: Fa. Dr.-Ing. Rudolf Hell, 2300 Kiel

⑦2

Erfinder: Hell, Rudolf, Dr.-Ing., 2300 Kiel

⑤6

Für die Beurteilung der Patentfähigkeit in Betracht gezogene Druckschriften:

FR 7 87 772

DT 09 78 006 C1

## Patentansprüche:

1. Verfahren zum Ver- bzw. Entschlüsseln von Halbtonbildern bei der Bildtelegraphie, unter Verwendung eines Schlüsselhalbtonbildes, welches synchron mit dem zu verschlüsselnden Klarbild bzw. dem zu entschlüsselnden Geheimbild in einander entsprechenden Bildpunkten abgetastet wird, dadurch gekennzeichnet, daß das Klarbildsignal ( $K$ ) bzw. Geheimbildsignal ( $G$ ) mit dem Schlüsselbildsignal ( $S$ ) nach einer von der linearen verschiedenen beliebigen stetigen umkehrbar eindeutigen Mischfunktion  $M(K, G, S) = 0$  ge- bzw. entmischt wird.
2. Verfahren nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß die Mischfunktion  $M$  in  $K$  und  $S$  oder in  $G$  und  $S$  symmetrisch ist.
3. Verfahren nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß die Mischfunktion  $M$  in  $K$  und  $G$  symmetrisch ist.
4. Verfahren nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß die Mischfunktion in allen drei Variablen  $K$ ,  $G$  und  $S$  symmetrisch ist.

Die Erfindung betrifft ein Verfahren zum Ver- und Entschlüsseln von Halbtonbildern bei der Bildtelegraphie.

Bekannt sind Bildverschlüsselungsverfahren, wobei die Abtast- und Aufzeichnungsgeschwindigkeit der Bilder nach einem Schlüssel in festen Stufen oder kontinuierlich beim Sender und Empfänger in übereinstimmender Weise laufend oder zeitweise geändert wird.

Ferner ist es bekannt, zur zusätzlichen Verschlüsselung zwischen die Bildzeilen willkürlich Störbildzeilen einzufügen, wodurch allerdings die Übertragungszeit verdoppelt wird.

Weiter ist es bekannt, verschiedene Stellen des zu übertragenden Bildes durch mehrere Abtastvorrichtungen gleichzeitig abzutasten und diese Bildstellen beim Sender und Empfänger in übereinstimmender Weise nach einem Schlüssel zeitweise oder laufend zu vertauschen.

Weiter ist es bekannt, die erwähnten Verfahren miteinander zu kombinieren.

Weiter ist vorgeschlagen worden, unter Verwendung der Puls-Kode-Modulation und eines Mischverfahrens eine bestimmte Anfangsordnung zwischen den quantisierten Bildamplituden und den Kode-Impuls-Kombinationen beim Sender und Empfänger in übereinstimmender Weise nach einem Schlüssel laufend zu verändern.

Schließlich ist vorgeschlagen worden, das zu übertragende Bild mittels eines Schlüssels zeitweise direkt und zeitweise als komplementäres Bild (Negativ) zu übertragen.

Bei allen diesen Verfahren wird, sofern nicht ein mechanischer Schlüssel verwendet wird, meistens der Inhalt eines Lochstreifens als Schlüssel verwendet, dessen Lochkombinationen ein un stetiges Schlüssel-signal liefern.

Ferner ist es bekannt, zum Verschlüsseln zu übertragender stetiger Nachrichtensignale ein stetiges,

periodisches oder nichtperiodisches Schlüssel-signal zu verwenden, das beispielsweise durch Abtasten eines Schlüsselbildes gewonnen werden kann, und dieses stetige Schlüssel-signal dem zu verschlüsselnden Nachrichtensignal additiv oder subtraktiv zu überlagern, um ein stetiges Geheimsignal zu gewinnen.

Ziel der Erfindung ist es, ebenfalls ein stetiges Schlüssel-signal, d. h. eine stetige Schlüssel-funktion, zu verwenden und mit seiner Hilfe in allgemeinerer Weise ein stetiges Geheimsignal, d. h. ein stetiges Geheimbild, zu gewinnen.

Erfindungsgemäß geschieht dies in der Weise, daß das Klarbildsignal ( $K$ ) bzw. Geheimbildsignal ( $G$ ) mit dem Schlüsselbildsignal ( $S$ ) nach einer von der linearen verschiedenen beliebigen stetigen umkehrbar eindeutigen Mischfunktion  $M(K, G, S) = 0$  ge- bzw. entmischt wird.

Durch die Wahl einer beliebigen Mischfunktion, die, wie noch zu erläutern sein wird, gewissen Anforderungen genügen muß, an Stelle der bisher immer benutzten bekannten speziellen Mischfunktionen, wie hauptsächlich der linearen Funktionen, wird der Geheimhaltungsgrad, d. h. die Sicherheit gegen eine unbefugte Entschlüsselung, beträchtlich erhöht.

Als Schlüsselbild kann irgend ein gegenständliches oder abstraktes stetig veränderliches Bild, das Halbtöne aufweist, verwendet werden, welches für die Chiffrierpartner reproduziert wird.

Besondere Beachtung verdient das stetige Mischverfahren. An ein solches sind die folgenden Forderungen zu stellen:

1. Die Geheimbildfunktion  $G$  ist eine eindeutige stetige Funktion der Klarbildfunktion  $K$  und der Schlüsselbildfunktion  $S$ , die beide Funktionen des (Bild) Ortes oder der (Abtast) Zeit  $t$  sind:

$$G(t) = M(K(t), S(t));$$

2. Der Amplitudenbereich von  $G$  und  $S$  muß beschränkt und dem von  $K$  gleich sein.
3. Die Funktion  $M$  muß für jedes Wertepaar ( $K, S$ ) definiert, der Definitionsbereich also ein Quadrat sein.
4. Die Mischfunktion  $M$  kann, aber braucht nicht bezüglich  $K$  und  $S$  symmetrisch zu sein; ist sie symmetrisch, so kann man die Funktionen von Klarbild und Schlüsselbild miteinander vertauschen, ohne daß sich das Geheimbild ändert.
5. Die Umkehrfunktion, das ist die zu  $M$  inverse Funktion  $K = E(G, S)$  zum Entmischen, d. h. zur Rückgewinnung des Klarbildes, muß eindeutig sein;  $M$  muß mithin eindeutig sein; hierzu ist hinreichend, daß  $M$  bezüglich  $K$  monoton ist, d. h., daß die Funktion  $M$  bei festgehaltenem  $S$  entweder dauernd steigt oder dauernd fällt.
6. Damit die Entschlüsselungsapparatur gleich der Verschlüsselungsapparatur wird, ist es zweckmäßig, daß die Rückmischfunktion  $E$  mit der Mischfunktion  $M$  bezüglich  $K$  und  $G$  identisch ist:  $M(K, S) = E(G, S)$ .  
Schreibt man beide Funktionen in der Form  $F(K, G) = S$ , so bedeutet dies, daß  $F$  bezüglich  $K$  und  $G$  symmetrisch ist.

Die graphische Darstellung einer stetigen Mischfunktion in einem rechtwinkligen kartesischen Koordinatensystem mit den Achsen  $K, G, S$  ist ein Flächenstück.

Die Forderung 2. und 3. bedeutet, daß das Flächenstück vollständig innerhalb eines Würfels im ersten Oktanten liegt, dessen Kantenlänge gleich dem Bildamplitudenbereich ist.

Die Eventualforderung 4. bedeutet, daß das Flächenstück an der winkelhalbierenden Ebene zwischen der *G*, *K*-Ebene und der *G*, *S*-Ebene gespiegelt ist.

Die Forderung 6. bedeutet, daß das Flächenstück an der winkelhalbierenden Ebene zwischen der *K*, *S*-Ebene und der *G*, *S*-Ebene gespiegelt ist.

Es gibt unzählige Funktionen mit den vorgenannten Eigenschaften, und zwar sowohl analytische als auch durch Zeichnung oder Tabellierung definierte Funktionen.

In den Fig. 1 bis 4 wird die Erfindung an einem Ausführungsbeispiel näher erläutert.

Fig. 1 zeigt einen Sender;

Fig. 2 einen Empfänger für verschlüsselte Bildtelegraphie in schematischer Form im Schnitt und mit je einem Blockschaltbild;

Fig. 3 zeigt ein Achsenkreuz mit Symmetrieebenen und

Fig. 4 ein Beispiel einer Kurvenschar für eine Mischfunktion.

In Fig. 1 ist die rotierende Bildtrommel 1 auf der Welle 2 drehbar gelagert. Die Bildtrommel wird durch den Synchronmotor 3 über die Rutschkupplung 4 angetrieben. Der Synchronmotor wird in der üblichen Weise durch einen Oszillator betrieben, der durch eine Stimmgabel oder einen Quarz in seiner Frequenz stabilisiert ist. Auf der linken Seite der Trommel ist das verschlüsselt zu übertragende Klarbild 5 und auf der rechten Seite das Schlüsselbild 6 aufgespannt. Mittels der beiden Bildspangen 7 und 8 werden die beiden gegenüberliegenden, zur Trommelachse parallelen Ränder der beiden Bilder auf der Trommeloberfläche befestigt. Dicht oberhalb und unterhalb der Schlüsselbildspange an deren Enden befinden sich vier Paßkreuze 9 auf dem Trommelmantel. Die Schlüsselbilder haben an den entsprechenden Ecken ebenfalls vier Paßkreuze. Mit Hilfe eines Mikroskops wird das Schlüsselbild genau ausgerichtet, so daß sich seine Paßkreuze mit den entsprechenden auf dem Trommelmantel decken. Diese Maßnahme ist beim Sender und Empfänger unerlässlich, damit beide Schlüsselbilder in bezug auf die Sende- und Empfangstrommel die gleiche Lage haben. Die Schlüsselbilder müssen ein Material als Träger haben, welches sich bei Temperatur- und Feuchtigkeitsänderungen weder zusammenzieht noch ausdehnt, wofür geeignete flexible Kunststoffe bekannt sind. Anderen Falles müssen Bildsender und -empfänger in übereinstimmender Weise klimatisiert werden.

Auf der Welle 2 befindet sich noch die Nockenscheibe 10 mit dem Nocken 11, der mit den Bildspangen 7 und 8 fluchtet und welcher beim Umlaufen den Kontakt 12, der mit den Abtastvorrichtungen 19 und 20 fluchtet, periodisch schließt.

Die trommelseitige Hälfte der Rutschkupplung 4 hat auf ihrem Umfang, mit den Bildspangen fluchtend, einen Sperrhaken 13, in welchen beim Einphasen die Sperrklinke 14 eingreift, welche durch den Elektromagneten 15 betätigt wird und das Festhalten der Bildtrommel 1 in der Phasenlage vor Beginn einer Sendung bewirkt.

Über die beiden Zahnräder 16 und 17 wird die zur

Trommelwelle 2 parallel angeordnete Gewindespindel 18 angetrieben. Auf ihr ist die in Muttern geführte photoelektrische Klarbildabtastvorrichtung 19 und die Schlüsselbildabtastvorrichtung 20 angeordnet, die beide starr miteinander verbunden sind. Durch die rotierende Spindel 18 führen beide Abtastvorrichtungen eine kontinuierliche Vorschubbewegung längs der Trommelmantellinien aus, wodurch die Bilder schraubenlinienförmig abgetastet werden. Mittels einer Auskuppelvorrichtung (z. B. durch geteilte Muttern) können beide Abtastvorrichtungen nach Beendigung der Abtastung wieder in ihre Anfangsstellung gebracht werden.

Der Bildpunkt in einer Ecke auf dem Schlüsselbild, mit dem die Abtastung beginnen soll, muß durch ein weiteres Paßkreuz 21 markiert sein. Auf dieses Paßkreuz wird der Abtastlichtpunkt der Abtastvorrichtung 20 mit Hilfe eines Mikroskops durch deren Verschieben eingestellt, wobei sich die Trommel 1 in der Phasenlage befinden muß.

In den Verstärkern 22 und 23 werden die durch die Bildabtastungen in den Photozellen der beiden Abtastvorrichtungen ausgelösten schwankenden Photostrome verstärkt.

Falls im Empfänger ein positives Klarbild auf Photopapier aufgezeichnet werden soll, ist in dem Klarbildabtastkanal noch eine Tonwertumkehrstufe 24 erforderlich. Diese kann aber auch mit der gleichen Wirkung in den Empfänger verlegt werden.

In der elektronisch arbeitenden Mischstufe 25 werden die von der Abtastung des Klarbildes und Schlüsselbildes herrührenden beiden elektrischen Signale nach einer stetigen Funktion miteinander gemischt. Das Ergebnis am Ausgang des Mischgerätes 25 ist das Geheimbildsignal.

In der folgenden Überlagerungsstufe 26 wird dem Geheimsignal ein von dem umlaufenden Nocken 11 und dem Kontakt 12 erzeugtes Zeilensynchronisationssignal überlagert, welches immer jeweils in der Zeit auftritt, in der die Bildspangen abgetastet werden. Da dies zu unerwünschten wilden Bildsignalen führen würde, wird die Abtastung der Bildspangen unwirksam gemacht, was z. B. durch weitere nockengesteuerte Unterbrechungskontakte geschehen kann.

In der Modulationsstufe 27 wird dem Geheimsignal eine vom Trägerfrequenzgenerator 28 erzeugte Trägerfrequenzspannung aufmoduliert. Im Sendeverstärker 29 wird der modulierte Träger verstärkt und auf den Übertragungsweg 30 entlassen, welcher eine Fernleitung oder ein drahtloser Kanal sein kann.

Das Mischgerät 25 arbeitet auf irgendeine der bekannten Weisen, mit denen eine stetige Funktion zweier Veränderlicher elektronisch nachgebildet werden kann. Eine besonders elegante bekannte Vorrichtung verwendet eine Kathodenstrahlröhre, deren Kathodenstrahl horizontal und vertikal durch Ablenkspannungen abgelenkt wird, die den beiden unabhängigen Veränderlichen  $x$  und  $y$  einer Funktion  $z = f(x, y)$  proportional sind. Der abgelenkte Leuchtfleck auf dem Bildschirm wird optisch auf eine Glasplatte abgebildet, auf der die zu den Koordinaten  $x$  und  $y$  gehörenden Funktionswerte  $z$  in Form von variablen Schwärzungen aufgebracht sind. Entsprechend den unterschiedlichen Schwärzungen wird das die Platte durchdringende Kathodenstrahllicht verschieden geschwächt. Hinter der Schwärzungsplatte wird der Lichtpunkt mittels einer weiteren Optik auf die Kathode einer Photozelle abge-

bildet, in der entsprechend dem variierten Licht schwankende Photoströme ausgelöst werden, die den die Funktionswerte  $z$  darstellenden Schwärzungen proportional sind. Die Auslösung der Funktionswerte geschieht praktisch gleichzeitig mit der Zuführung der beiden Spannungsvariablen  $x$  und  $y$ .

In Fig. 2 ist die mit der Sendeanlage nach Fig. 1 korrespondierende Empfangsanlage dargestellt. Der mechanische Teil dieser Anlage gleicht weitestgehend dem der Sendeanlage, so daß sich eine abermalige Beschreibung erübrigt. Entsprechende Teile tragen die gleichen, mit einem Strich versehenen Bezugsnummern.

Vom Übertragungsweg **30** gelangt das empfangene Geheimbildsignal nach Verstärkung im Empfängerverstärker **31** zum Demodulator **32**, in dem es gleichgerichtet wird. In dem nachfolgenden Amplituden- oder Zeitfilter **33** werden die Zeilensynchronisierungssignale abgetrennt. Das von den Synchronisierungszeichen befreite Geheimsignal gelangt nun zum Mischgerät **25'**, in welchem es mit dem von der Abtastung des empfangsseitigen Schlüsselbildes **6'** herrührenden Schlüsselsignal entmischt wird. Ist die Mischfunktion bezüglich  $K$  und  $G$  symmetrisch, so ist das empfangsseitige Mischgerät **25'** dem senderseitigen **25** völlig gleich. Ist die Mischfunktion unsymmetrisch, so muß das Mischgerät **25'** die zur Mischfunktion  $M(K, S)$  inverse Funktion  $E(G, S)$  nachbilden. Aus der Mischstufe **25'** gelangt das wiederhergestellte Klarbildsignal erforderlichenfalls zu der Tonwertumkehrstufe **24'**, und zwar dann, wenn entweder die Tonwertumkehrstufe in der Sendeanlage fehlt, oder wenn das zu übertragende positive (negative) Bild als Negativ (Positiv) wiedergegeben werden soll. Nach Verstärkung im Bildverstärker **34** steuert das Klarbildsignal die Schreiblampe der Aufzeichnungsvorrichtung **35**, durch welche das Klarbild auf photographischem Papier oder Film **5'** aufgezeichnet wird.

Der einwandfreie Betrieb der Entschlüsselung in der Empfangsanlage erfordert eine besonders sorgfältige Synchronisierung, damit in jedem Augenblick die gleichen Schlüsselbildpunkte sende- und empfangsseitig abgetastet werden.

Hierzu dient die Phasenvergleichsvorrichtung **36**, in welcher die empfangenen Sendersynchronisierungsimpulse mit den empfangsseitig auf die gleiche Weise wie beim Sender erzeugten Synchronisierungsimpulsen ihrer Phasenlage nach miteinander verglichen werden. Die Auswertung des Phasenvergleichs kann auf mannigfaltige Weise bewerkstelligt werden. Aber wie die Auswertung auch durchgeführt wird, ihre Wirkung muß stets darin bestehen, daß, wenn der empfangsseitige Impuls dem senderseitigen naheht, der Empfängerantriebsmotor **3'** zeitweise beschleunigt, und wenn er voreilt, zeitweise verzögert werden muß, und zwar so lange, bis beide Impulse wieder in Phase sind. Als Indikator dient das polarisierte Relais **37**, dessen Anker **38** bei Nacheilen in die eine, bei Voreilen in die gegenüberliegende Kontaktstellung umlegt und bei Phasengleichheit in der neutralen Mittelstellung verharrt. Mittels des Relaisankers **38** wird ein Hilfsmotor **39** entweder auf Vorwärtslauf oder auf Rückwärtslauf umgeschaltet oder ausgeschaltet. Der Motor **39** treibt über die auf seiner Welle befestigte Schnecke **40** das Schneckenrad **41** an, welches mit dem Stator des Antriebsmotors **3'** verbunden ist und diesen zeitweise in der einen oder anderen Richtung geringfügig verdreht. Hierdurch kann laufend

die Phasenlage zwischen Sende- und Empfangsbildtrommel korrigiert werden.

Eine andere Möglichkeit einer mechanischen Phasenkorrektur besteht darin, daß zwischen Antriebsmotor **3'** und Trommelwelle **2'** ein Differentialgetriebe eingeschaltet ist, dessen Planetenräderpaar durch den Hilfsmotor **39** zeitweise in der einen oder anderen Richtung gedreht wird. Hierbei entsteht aber durch die vielen Zahnräder eine unerwünschte Lose.

Eine weitere Möglichkeit einer rein elektrischen Phasenkorrektur besteht darin, daß durch den Relaisanker **38** ein frequenzbestimmendes Glied, wie eine Kapazität oder eine Selbstinduktion, zeitweise an den Schwingkreis, der die Speisefrequenz für den Antriebsmotor **3'** liefert, zu- oder abgeschaltet wird.

Schließlich gibt es noch eine mechanische Phasenkorrekturmöglichkeit, die von den Siemensschen Schnelltelegraphen her bekannt ist. Zusammen mit der empfangerseitigen Trommelwelle **2'** rotiert eine Schleifbürste, welche mit den Bildspannen **7'** und **8'** fluchtet und über welche die empfangenen, im Filter **33** abgetrennten Synchronisierungsimpulse geleitet werden. Raumbest sind drei dicht beieinander auf einem Kreisbogenstück gelegene Kontaktsegmente angeordnet, dessen mittleres mit der Abtastvorrichtung **20'** bzw. der Aufzeichnungsvorrichtung **35** fluchtet. Im Falle der Phasengleichheit, wenn die Empfängerbildtrommel mit der Sendebildtrommel die gleiche Drehzahl und Phasenlage hat, trifft der senderseitige Synchronisierungsimpuls stets gerade dann ein, wenn sich das mittlere Segment unter der Schleifbürste befindet. Der Relaisanker **38** befindet sich dann in der neutralen Mittelstellung, und der Hilfsmotor **39** steht still, bzw. es wird kein drehzahlbestimmendes Glied zu- oder abgeschaltet. Beim Nacheilen oder Voreilen der Empfängerbildtrommel erhält bei jedem Synchronisierungsimpuls das eine oder das andere der beiden äußeren Kontaktsegmente Strom über die Schleifbürste. Es legt dann der Relaisanker **38** in die eine oder andere Stellung um und bewirkt ein zeitweiliges Vorwärts- oder Rückwärtslaufen des Hilfsmotors **39** bzw. ein Zu- oder Abschalten eines drehzahlbestimmenden Gliedes wie z. B. eines Widerstandes in der Feldwicklung eines Gleichstrom-Nebenschlußmotors als Antriebsmotor für die Bildtrommel. Die empfangerseitige Erzeugung der Synchronisierungsimpulse mit Hilfe der Nockenscheibe **10'**, des Nockens **11'** und des Kontaktes **12'** entfällt dann.

Vor Beginn der verschlüsselten Bildübertragung müssen Sender und Empfänger vom Sender aus gestartet und in Phase gebracht werden. Dies geschieht in der üblichen Weise durch ein senderseitiges Startsignal, wodurch die Antriebsmotoren im Sender und Empfänger eingeschaltet und die Bildtrommeln in die Phasenlage gedreht werden, in der sie durch die Sperrklinken festgehalten werden. Durch ein Nachsignal werden die Sperrklinken ausgeklinkt und damit die Bildtrommeln freigegeben, sowie die Abtast- und Aufzeichnungsvorrichtungen wirksam gemacht.

Fig. 3 zeigt ein rechtwinkliges Achsenkreuz  $K, G, S$  mit einem eingezeichneten Würfel als Definitionsbereich der Mischfunktion und den eingezeichneten Symmetrieebenen  $K = G, K = S$  und  $G = S$ .

Fig. 4 zeigt die Karte des eine symmetrische Mischfunktion  $S = f(K, G) = f(G, K)$  darstellenden Flächenstücks.

In einem rechtwinkligen Koordinatensystem  $K, G$

ist eine Kurvenschar mit  $S$  als Scharparameter eingetragen. Diese Kurven werden erhalten, indem man das Flächenstück durch zur  $K, G$ -Ebene parallele Ebenen in verschiedenen Abständen  $S$  schneidet und die erhaltenen Schnittkurven auf die  $K, G$ -Ebene projiziert. Die Kurven sind die Linien gleichbleibender Flächenhöhe.

Wie schon eingangs erwähnt, erfordert die eindeutige Umkehrbarkeit der Mischfunktion, daß die Kurven  $f(K, G) = S$  monoton verlaufen. Sie können also entweder nur dauernd steigen oder dauernd fallen. Die Symmetrie zwischen  $K$  und  $G$  erfordert aber weiterhin, daß die Kurven zur Geraden  $G = K$  symmetrisch liegen. Dies ist aber bei steigenden Kurven mit Ausnahme der Geraden  $G = K$  offenbar nicht möglich, so daß nur monoton fallende symmetrische Kurven in Betracht kommen. Die Tangentenrichtung solcher Kurven braucht allerdings nicht monoton zu verlaufen, sondern kann Maxima und Minima haben, d. h., die Kurven können Wendepunkte aufweisen,

oder, anders ausgedrückt, die Krümmung kann ihr Vorzeichen wechseln.

Es ist weiter erwähnt worden, daß die Mischfunktion für jedes Wertepaar  $K, G$  ( $0 \leq K \leq 1, 0 \leq G \leq 1, 0 \leq S \leq 1$ ), wobei die positiven Maximalwerte der drei Variablen auf 1 normiert sind, definiert sein, der Definitionsbereich mithin ein Quadrat mit den Ecken  $(0, 0), (1, 0), (1, 1), (0, 1)$  sein muß. Die Symmetrie zur Geraden  $K = G$  erfordert, daß alle Kurven durch die beiden Quadratecken  $(1, 0)$  und  $(0, 1)$  gehen müssen. Das Flächenstück hat also zwei geradlinige Kanten, und zwar  $K = 0, G = 1$  und  $K = 1, G = 0$ . Bei Variation des Scharparameters  $S$  kann, aber muß nicht, als Grenzkurve die auf der Geraden  $K = G$  senkrechte Gerade  $K + G = 1$  auftreten, die durch die Eckpunkte  $(1, 0)$  und  $(0, 1)$  geht.

Beispiele für Kurvenscharen mit den erwähnten Eigenschaften sind eine Schar aus Hyperbelbögen oder Kreisbögen, die alle durch die beiden festen Punkte  $(1, 0)$  und  $(0, 1)$  gehen.

---

Hierzu 2 Blatt Zeichnungen

---

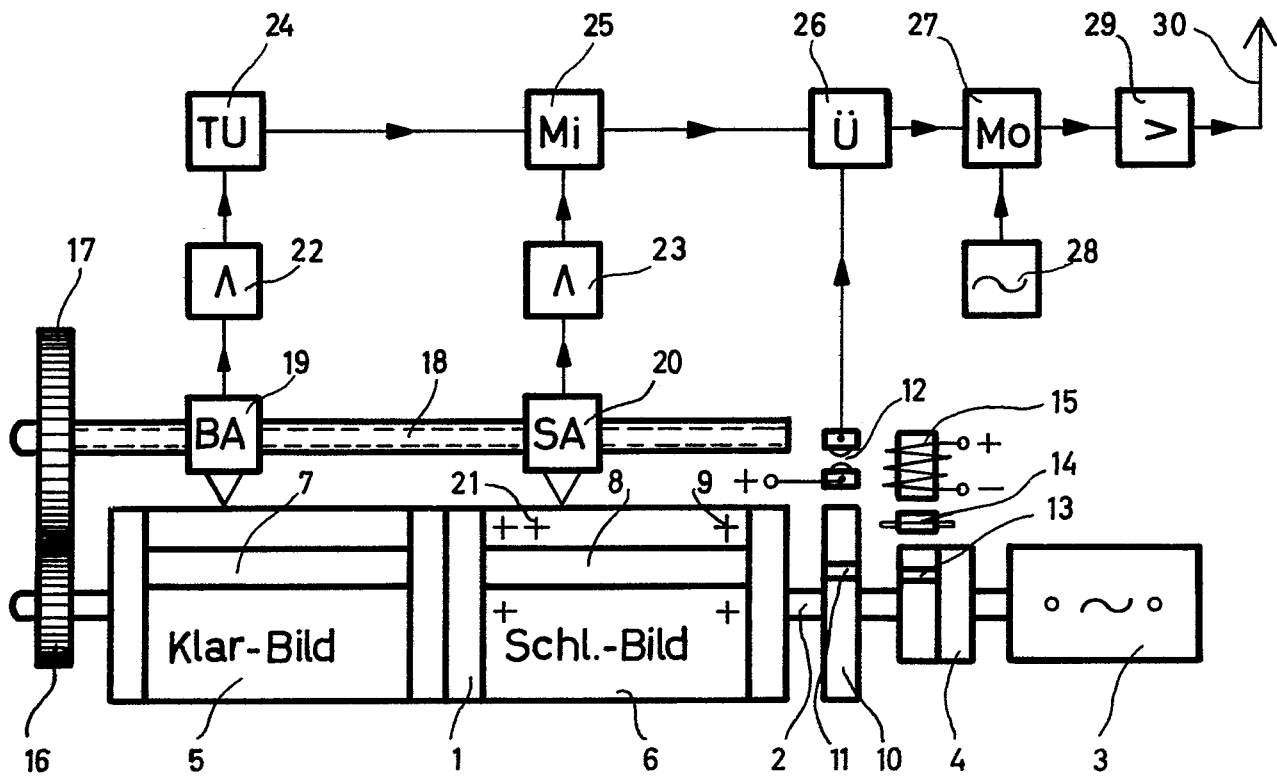


Fig. 1

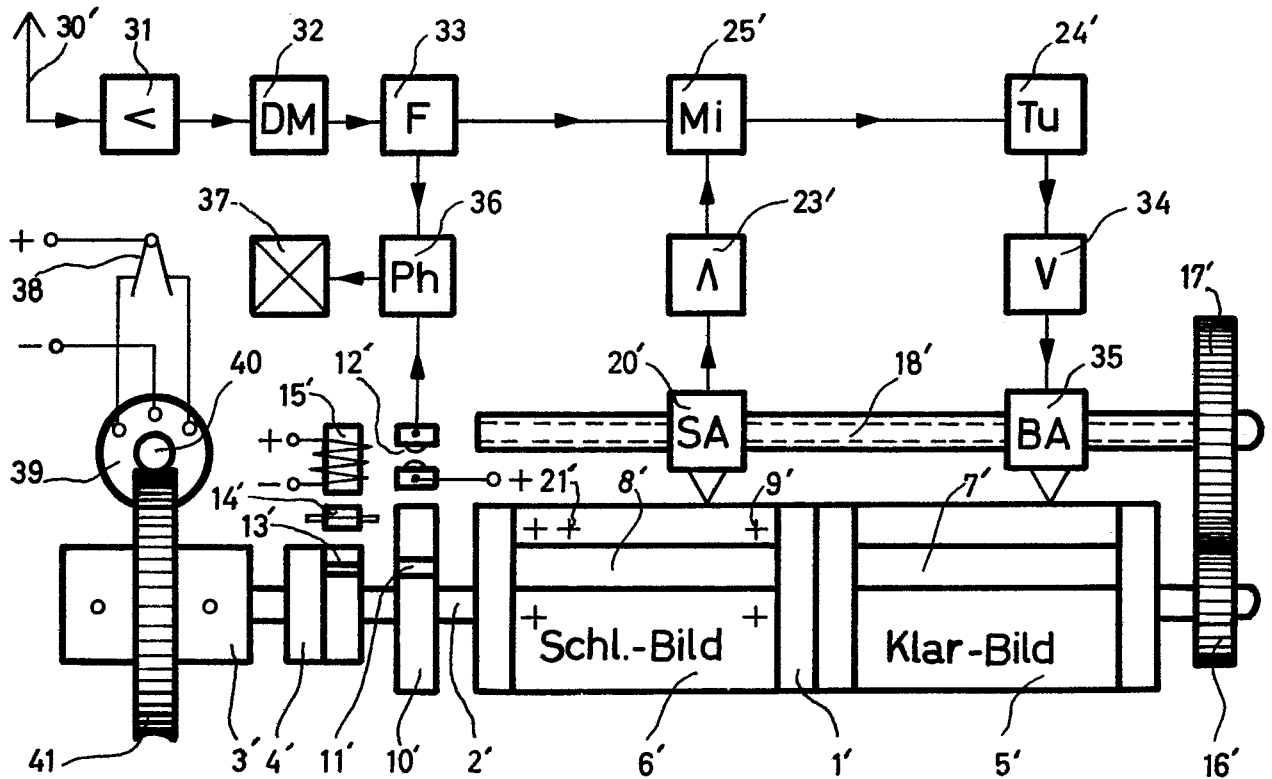


Fig. 2

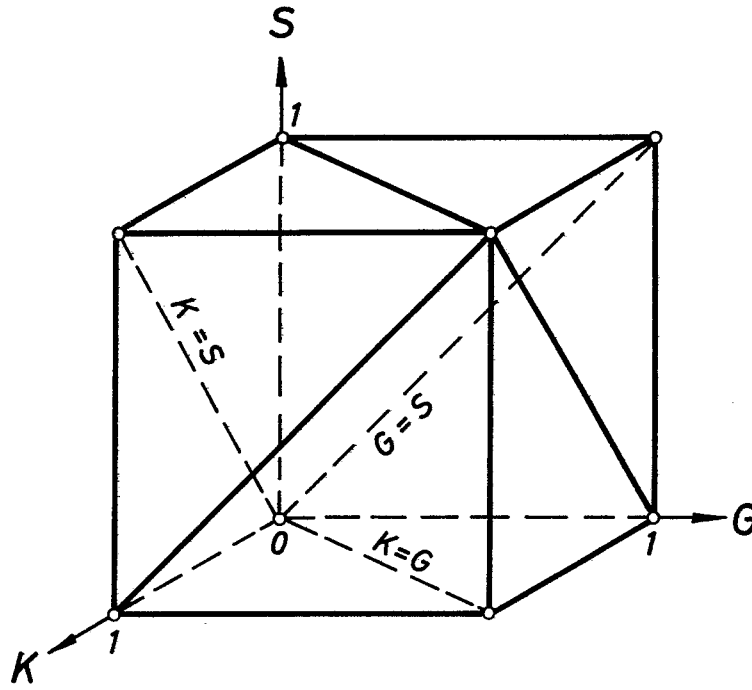


Fig. 3

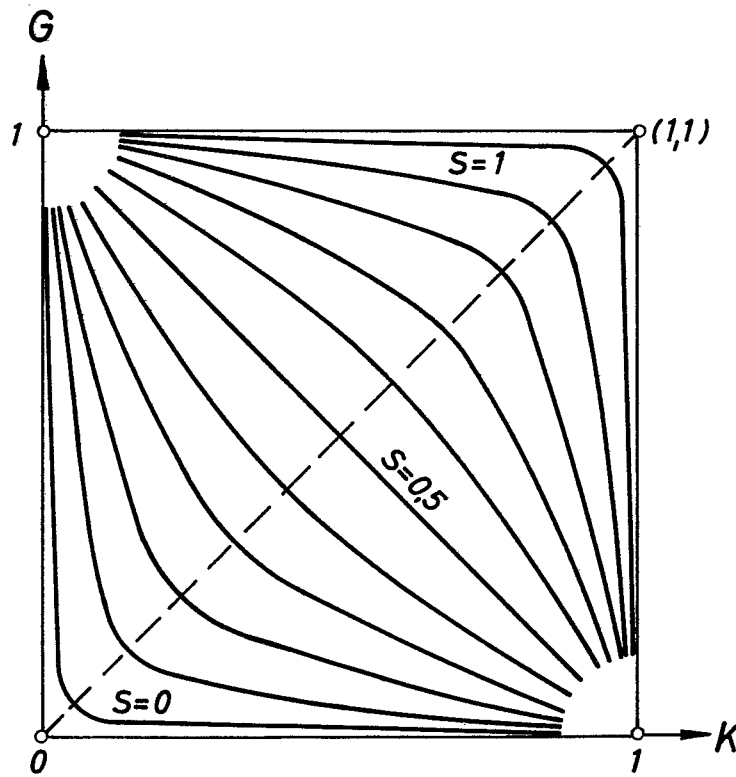


Fig. 4